

Reglerentwurf für verteilte, nicht-lineare, heterogene Systeme bei zeitlich veränderlicher Interaktionstopologie

(mit Hilfe multipliiert-basierter, konvexer Optimierungsmethoden)

C. Hoffmann H. Werner

Institut für Regelungstechnik
Technische Universität Hamburg-Harburg

Regelungstechnisches Kolloquium in Boppard
5. März 2015

TUHH

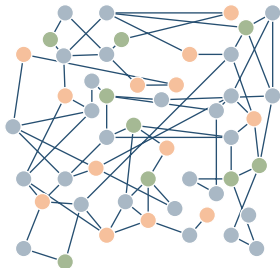
Technische Universität Hamburg-Harburg

ICS

Institute of Control Systems

«Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

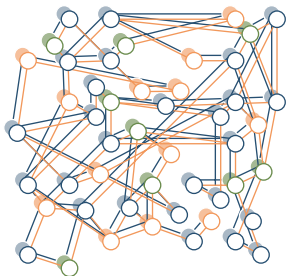


Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,
IEEE TAC 2012, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,
AACC ACC 2013, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,
IFAC WC 2014, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

«Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

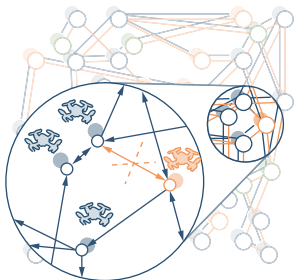


Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,
IEEE TAC 2012, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,
AACC ACC 2013, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,
IFAC WC 2014, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

«Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

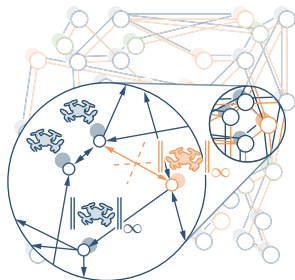


Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,
IEEE TAC 2012, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,
AACC ACC 2013, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,
IFAC WC 2014, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

«Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

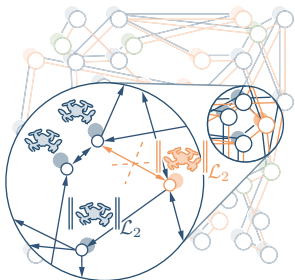


Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,
IEEE TAC 2012, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,
AACC ACC 2013, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,
IFAC WC 2014, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

«Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

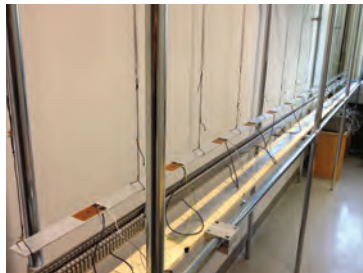
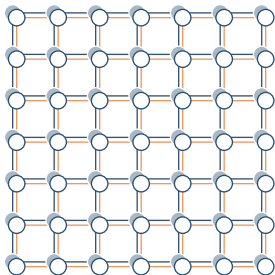


Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern, **IEEE TAC 2012**, (Popov und Werner),
- Sensor-/Aktuatorarrays, **AACC ACC 2013**, (Liu, Hoffmann und Werner),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen, **IFAC WC 2014**, (Mendez Gonzalez und Werner).

«Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

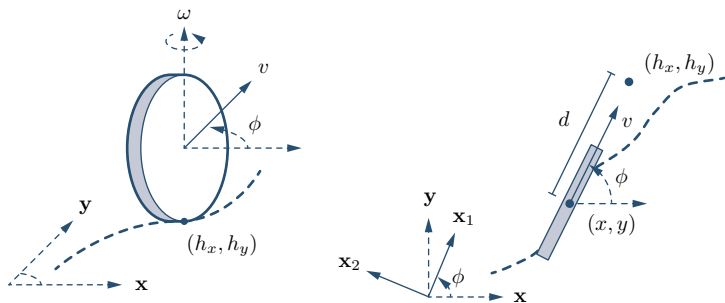


Beispiele

- Formationsregelung von Quadrocoptern,
IEEE TAC 2012, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,
AACC ACC 2013, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,
IFAC WC 2014, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

Vehikel mit nichtholonomen Beschränkungen

Approximation als rollende Scheibe, (Olfati-Saber, Fax und R. M. Murray, 2007)



Beschreibung als «LPV» Modell

$$\dot{x} = v \cos \phi$$

$$\dot{y} = v \sin \phi$$

$$\dot{\phi} = \omega$$

$$\dot{h}_x = v \cos \phi - \omega d \sin \phi$$

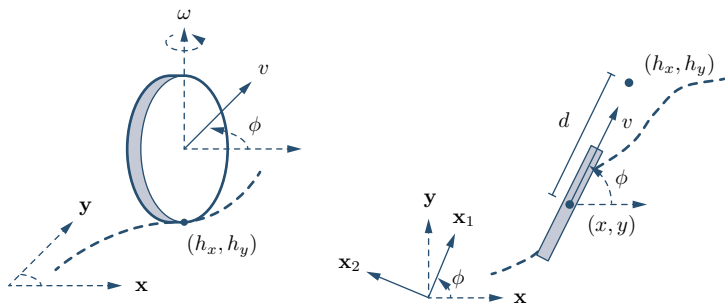
$$\dot{h}_y = v \sin \phi + \omega d \cos \phi$$

$$\dot{\phi} = \omega$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vehikel mit nichtholonomen Beschränkungen

Approximation als rollende Scheibe, (Olfati-Saber, Fax und R. M. Murray, 2007)



Beschreibung als «LPV» Modell

$$\dot{x}_1 = v + \omega x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\omega(x_1 - d)$$

$$\dot{\phi} = \omega$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

Leader/Follower Konfiguration

Agenten mit Nicht-Holonomen Bedingungen, (*Mendez Gonzalez und Werner, 2014*)

Problembeschreibung

Anforderungen

- Regelung verteilter **nichtlinearer Subsysteme**,
- Berücksichtigung **heterogener** Subsystemdynamiken,
- Berücksichtigung von **gerichteter und schaltender** Interaktion,
- Synthesekomplexität **skaliert nicht** mit der Anzahl der Subsysteme,
- Regler **erben** die Interaktionstopologie.

Ansatz

- 1 Kompaktes Framework *verteilter LPV Systeme*,
AACC ACC 2014, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- 2 Virtuell «symmetrifizierte»/«normalisierte» Interaktionstopologie,
IEEE TAC 2015, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- 3 Block-diagonalisierende Transformation auf Matrixungleichungen,
AACC ACC 2013, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- 4 Standard *D/G*-Scaling-basierte LFT-LPV Synthese,
(Scherer, 2000).

Inhalt

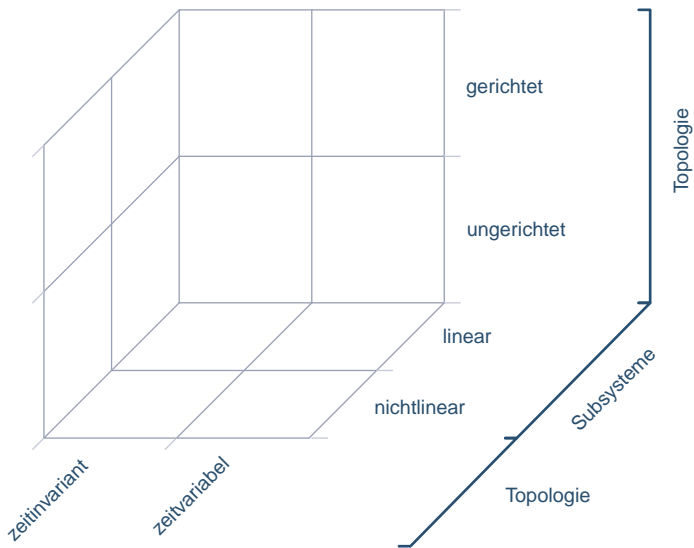
- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung

Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Übersicht**
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung

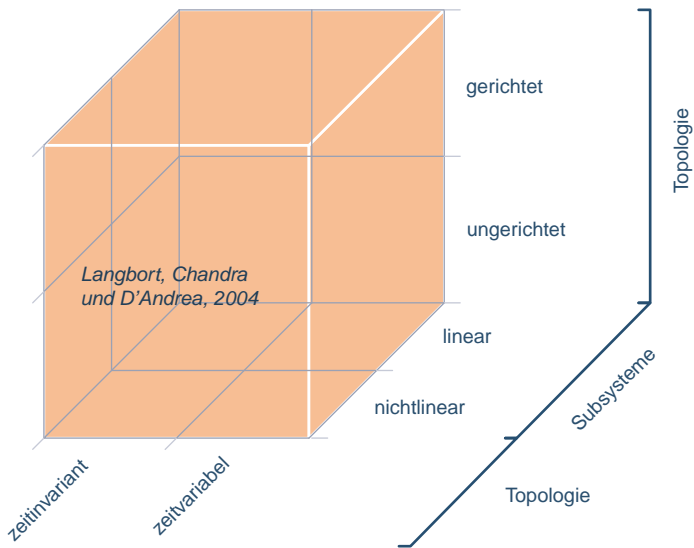
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



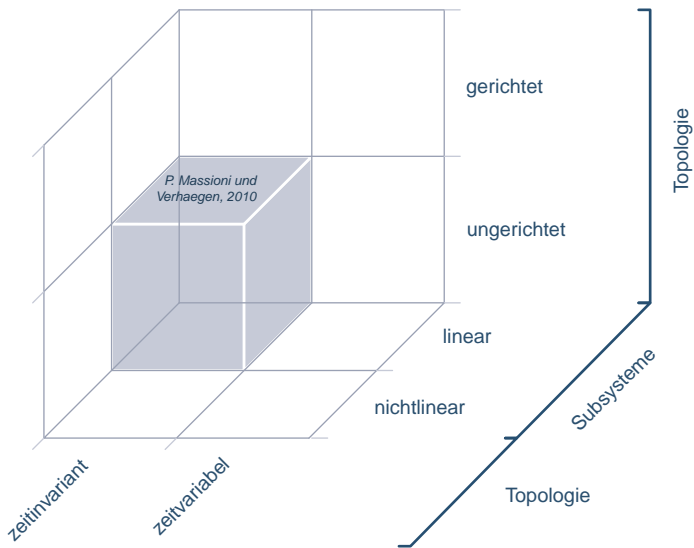
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



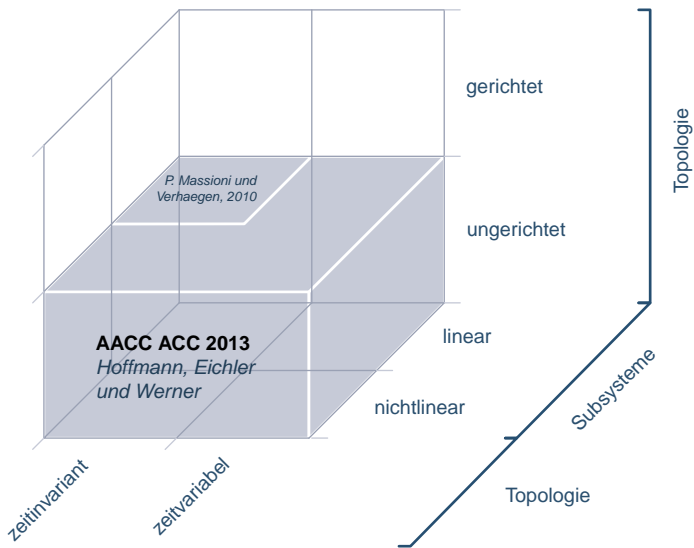
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



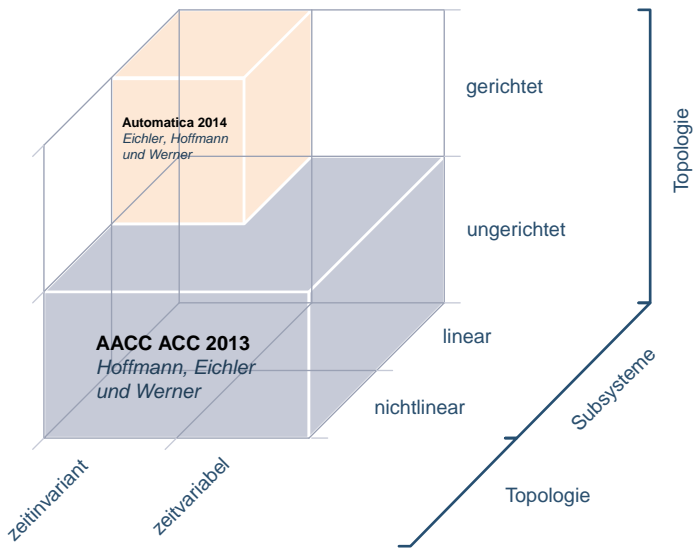
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



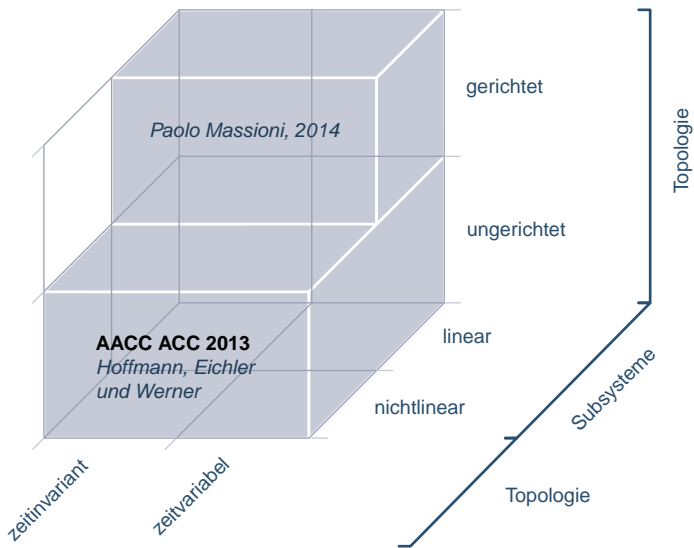
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



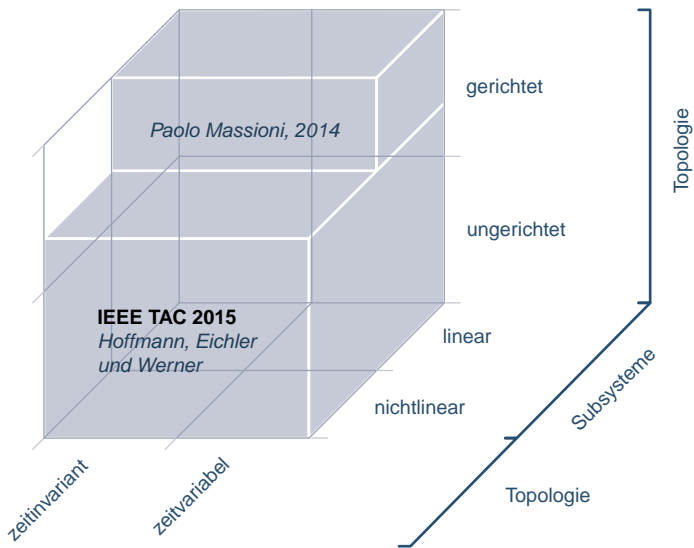
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



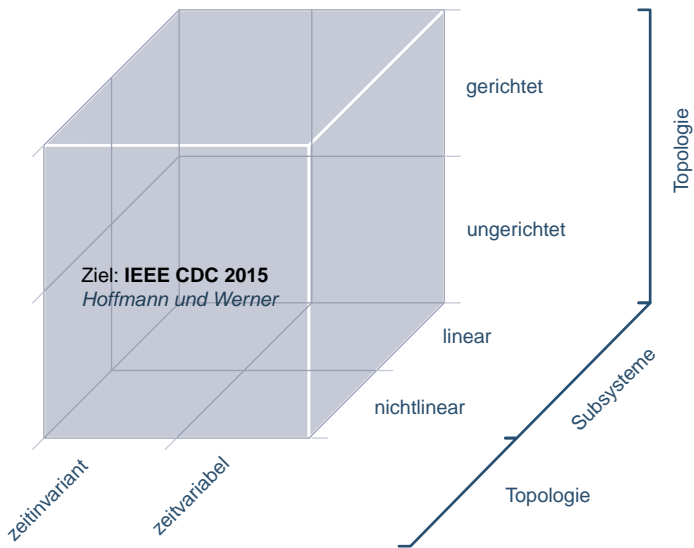
Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



Übersicht

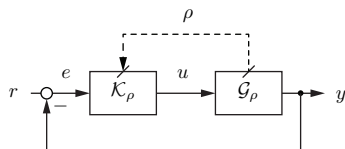
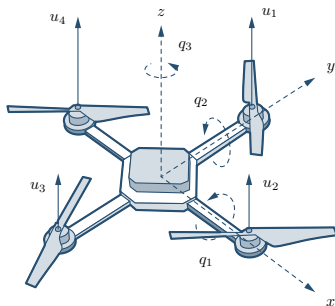
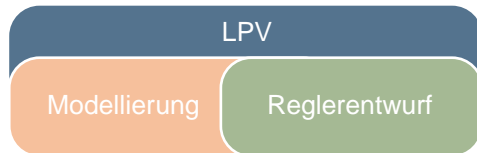
Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



Inhalt

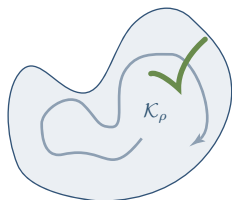
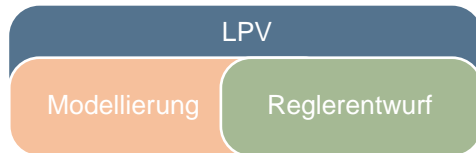
- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework**
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung

Linear parameter-veränderliche (LPV) Systeme



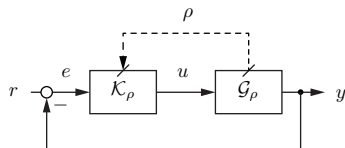
- Entwurf gesteuert adaptiver Regler
- Messbare «Scheduling Signale»
 - Nichtlinearitäten
 - Kennlinien
 - Umgebungsparameter

Linear parameter-veränderliche (LPV) Systeme



LPV Regler

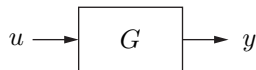
(Saupe, 2013)



- Entwurf gesteuert adaptiver Regler
- Messbare «Scheduling Signale»
 - Nichtlinearitäten
 - Kennlinien
 - Umgebungsparameter

Von LPV zu LFT-LPV Systemen

Darstellung nicht-linearer Systeme im LFT-LPV Framework

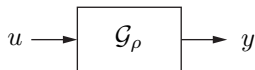


$$G : \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} \\ y \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c|c} A & B_u \\ \hline C_y & D_{yu} \end{array} \right] \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix},$$

- Möglichkeit ganzzrationale Parameterabhängigkeiten exakt darzustellen
- Trennung von variablen Parametern und konstanten Koeffizienten

Von LPV zu LFT-LPV Systemen

Darstellung nicht-linearer Systeme im LFT-LPV Framework

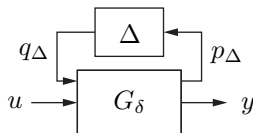


$$\mathcal{G}_\rho^\sigma : \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\rho) & B_u(\rho) \\ C_y(\rho) & D_{yu}(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \\ \rho(t) \in \mathcal{F}_\rho^\sigma \end{array} \right.$$

- Möglichkeit ganzzrationale Parameterabhängigkeiten exakt darzustellen
- Trennung von variablen Parametern und konstanten Koeffizienten

Von LPV zu LFT-LPV Systemen

Darstellung nicht-linearer Systeme im LFT-LPV Framework

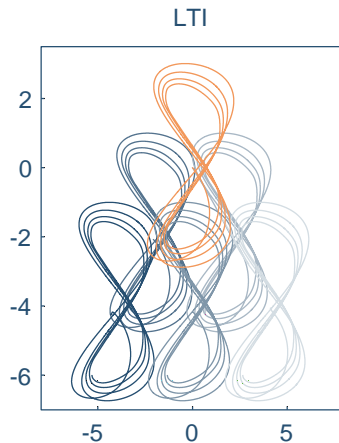
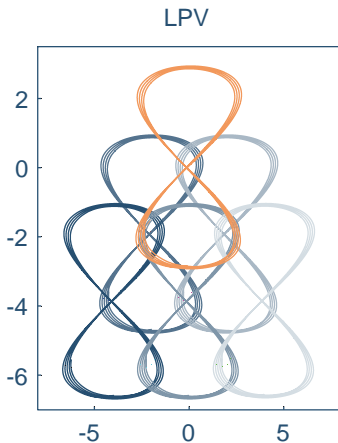


$$\mathcal{G}_\delta^\eta : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ p_\Delta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_\Delta & B_u \\ C_\Delta & D_{\Delta\Delta} & D_{\Delta u} \\ C_y & D_{y\Delta} & D_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q_\Delta \\ u \end{bmatrix}, \\ q_\Delta = \Delta(\delta)p_\Delta, \quad \delta(t) \in \mathcal{F}_\delta^\eta \end{cases}$$

- Möglichkeit ganzrationale Parameterabhängigkeiten exakt darzustellen
- Trennung von variablen Parametern und konstanten Koeffizienten

Beispiel

IFF-basierte Formationsregelung lokal LPV geregelter Quadrocopter,
(Gonzalez Cisneros, Pablo Sebastian, 2014)

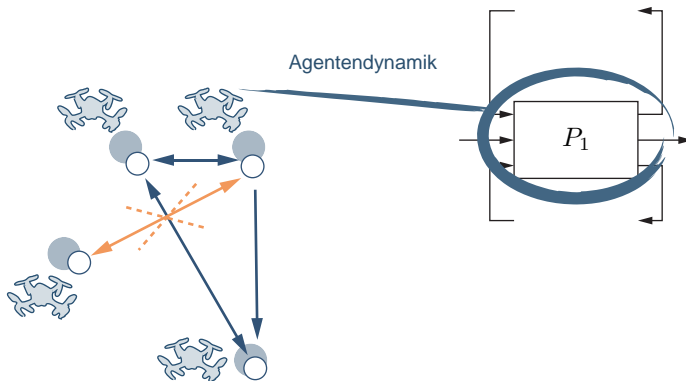


Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework**
- 5 Zusammenfassung

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

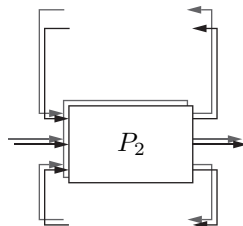
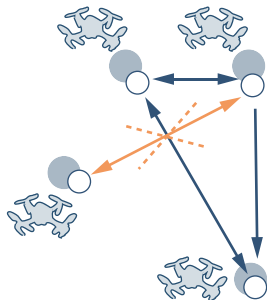
Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

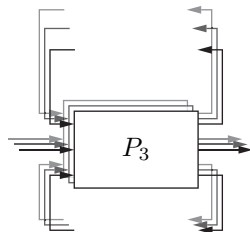
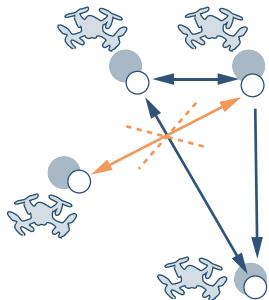
Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

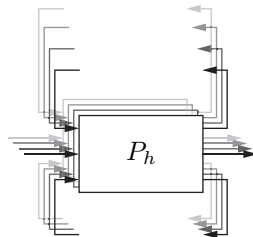
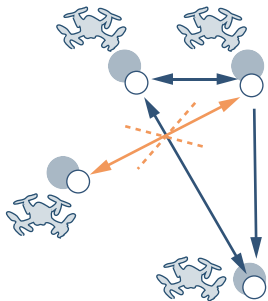
Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

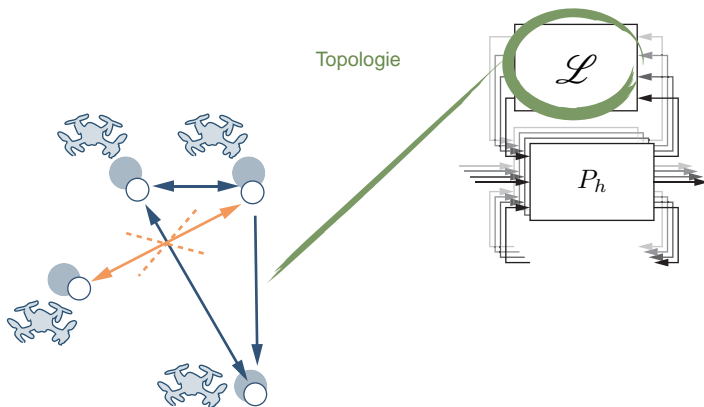
Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

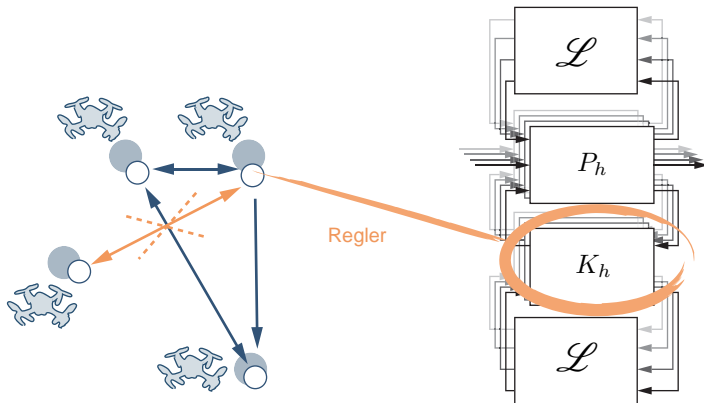
Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

Grundlegendes Prinzip



- **Vererbung** der Interaktionstopologie an den Regler bei Ausgangsrückführung
IEEE TAC 2015, (Hoffmann, Eichler und Werner)

Dekomposition durch Signaltransformation

Prinzip von *P. Massioni und Verhaegen, 2010*

$$\dot{x} = \left[\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} \text{I} \otimes A^d \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}} + \boxed{\ell \otimes A^i} \end{array} \right] x$$

$$x = (F \otimes I) \check{x}$$

$$\dot{\check{x}} = \left[\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} \text{I} \otimes A^d \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}} + \boxed{\Lambda \otimes A^i} \end{array} \right] \check{x}$$

Systemtransformation...

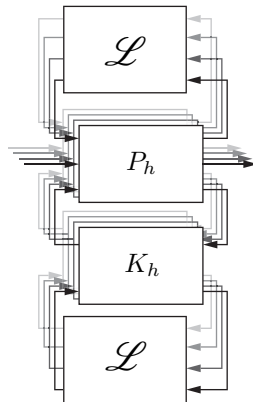
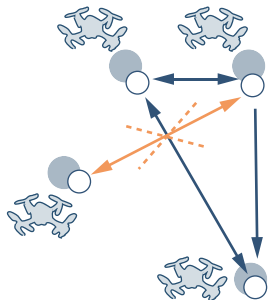
- ... verhindert Heterogenität (in der Dynamik und im Scheduling),
- ... verhindert zeitvariable Topologien.

Lösung

- 1 Kompaktes Framework *verteilter LPV Systeme*,
AACC ACC 2014,
(Hoffmann, Eichler und Werner),
- 2 Block-diagonalisierende Transformation auf Matrixungleichungen,
AACC ACC 2013,
(Hoffmann, Eichler und Werner).

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

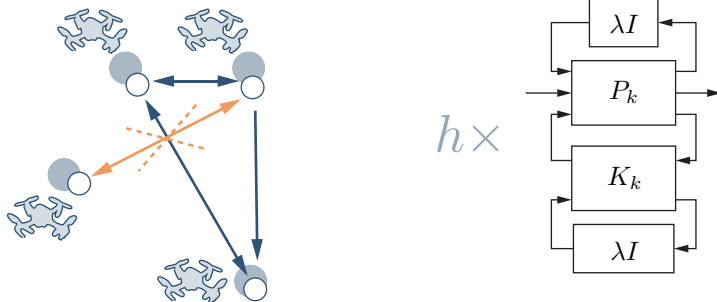
Grundlegendes Prinzip



- **Vererbung** der Interaktionstopologie an den Regler bei Ausgangsrückführung
IEEE TAC 2015, (Hoffmann, Eichler und Werner)

LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

Grundlegendes Prinzip



- **Kongruenztransformation** auf den Synthesebedingungen
AACC ACC 2013, (Hoffmann, Eichler und Werner)

Dekomposition durch Diagonalisierung

Prinzip von *P. Massioni und Verhaegen, 2010*

Diagonalisierung durch reguläre oder unitäre Transformation

$$\Lambda = F^{-1} \ell F, \quad \tilde{\Lambda} = F^{\top} \tilde{\ell} F$$

Problem: Performance

- Bei Beschränkung auf diagonalisierbaren Matrizen hängen Performancegarantien von der Konditionszahl von F ab, **Automatica, 2014**, *Eichler, Hoffmann und Werner*.

Lösung

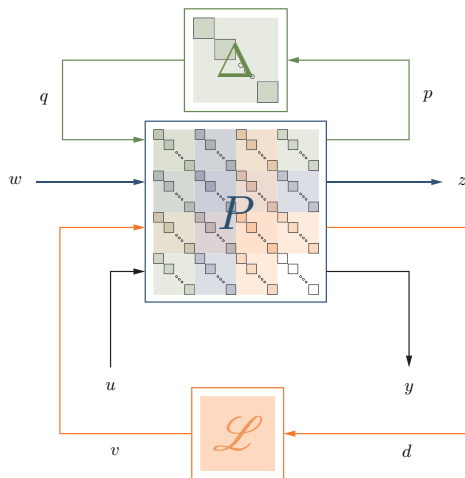
- «Symmetrifizierung», **IEEE TAC 2015**, *Hoffmann, Eichler und Werner*,
- «Normalisierung», Ziel: **IEEE CDC 2015**, *Hoffmann und Werner*.

Nicht-Normale Interaktionstopologien

Allgemeiner Fall, (Langbort, Chandra und D'Andrea, 2004)

LFR Transformation

- Es existiert stets eine LFR mit diagonalen Interaktionsmatrix.

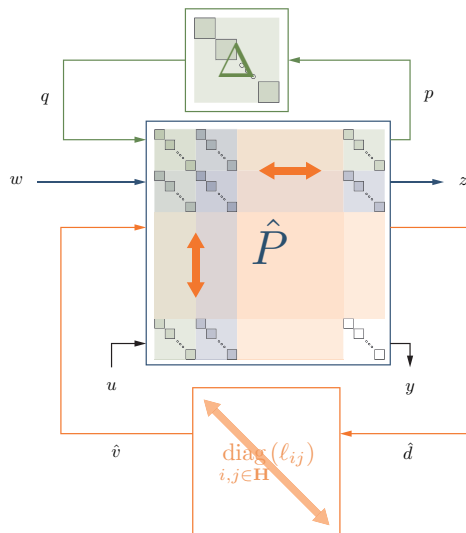


Nicht-Normale Interaktionstopologien

Allgemeiner Fall, (Langbort, Chandra und D'Andrea, 2004)

LFR Transformation

- Es existiert stets eine LFR mit diagonalen Interaktionsmatrix.



Nicht-Normale Interaktionstopologien

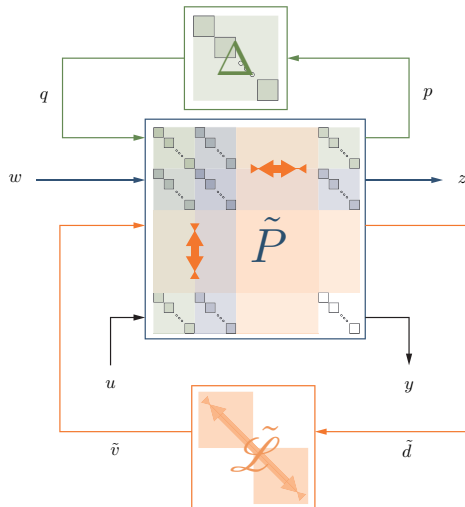
Allgemeiner Fall, (Langbort, Chandra und D'Andrea, 2004)

LFR Transformation

- Es existiert stets eine LFR mit diagonalen Interaktionsmatrix.

Effiziente Lösung

- Gruppenweise Symmetrifizierung, **IEEE TAC 2015**, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- Globale Normalisierung, **IEEE CDC 2015**, (Hoffmann und Werner).



Diagonalisierbarkeit von Interaktionsmatrizen

Lösung durch «Symmetrifizierung»/«Normalisierung»

Lemma

Sei $\mathcal{L}(t) = \ell(t) \otimes I_{n_{\mathcal{L}}}$, mit $\ell(t) \in \ell$ gegeben.

Dann existiert stets eine Darstellung

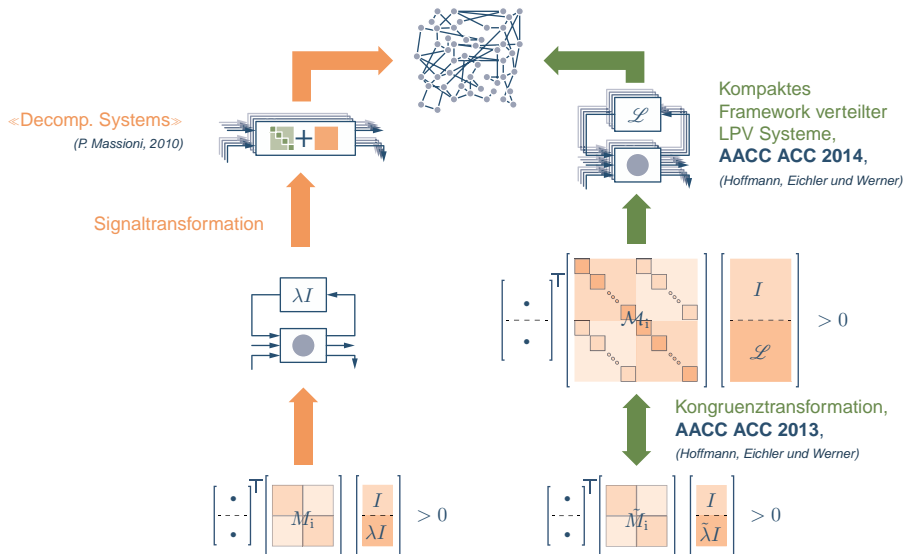
$$\ell(t) = V_{\ell} \tilde{\ell}(t) W_{\ell},$$

- mit $\tilde{\ell}(t) = \tilde{\ell}^{\top}(t)$ symmetrisch,
IEEE TAC 2015, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- mit $\tilde{\ell}(t)$ normal ($\tilde{\ell}(t) \tilde{\ell}^{\top}(t) = \tilde{\ell}^{\top}(t) \tilde{\ell}(t)$),
IEEE CDC 2015, (Hoffmann und Werner),

und $V_{\ell} W_{\ell} = I$.

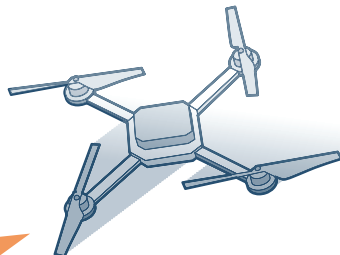
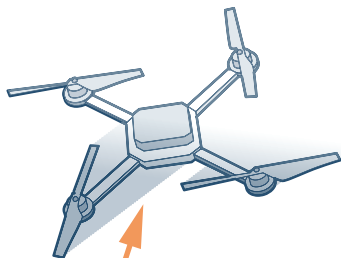
Dekomposition der Synthesebedingungen

Kongruenztransformation auf Matrixungleichungen, (Hoffmann, Eichler und Werner, 2013)



Leader-Follower Konfiguration

Motivation für Heterogenität und Gerichtete Topologien



Physikalische «Follower»



Virtueller «Leader»

Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung**

Zusammenfassung

- LPV Framework für nicht-lineare, heterogene, verteilte Systeme,
- Synthesekomplexität auf dem Niveau eines Subsystems,
- Garantien für schaltende und gerichtete Topologien,
- Regelung von Agenten mit nicht-holonomen Randbedingungen.

Bibliographie I



Hoffmann, Christian, Annika Eichler und Herbert Werner (2015). «Control of Heterogeneous Groups of Systems Interconnected through Directed and Switching Topologies». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* S. 1.



Hoffmann, Christian und Herbert Werner (2015). «Control of Heterogeneous Groups of LPV Systems Interconnected through Arbitrary Directed and Switching Topologies». In: *Proc. 54th IEEE Conf. Decision Control.*



Eichler, Annika, Christian Hoffmann und Herbert Werner (2014). «Robust control of decomposable LPV systems». In: 50.12, S. 3239–3245.



Gonzalez Cisneros, Pablo Sebastian (2014). «Linear Parameter-Varying Controller Design for a Nonlinear Quad-Rotor Helicopter Model for Use in Distributed Formation Control Schemes». Master's Thesis. Hamburg, Germany: Hamburg University of Technology.



Hoffmann, Christian, Annika Eichler und Herbert Werner (2014). «Control of Heterogeneous Groups of LPV Systems Interconnected through Directed and Switching Topologies». In: *Proc. Amer. Control Conf.*



Massioni, Paolo (2014). «Distributed control for alpha-heterogeneous dynamically coupled systems». In: 72, S. 30–35.



Mendez Gonzalez, Antonio und Herbert Werner (2014). «LPV Formation Control of Non-Holonomic Multi-Agent Systems». In: *Proc. 19th IFAC World Congr.*



Hoffmann, Christian, Annika Eichler und Herbert Werner (2013). «Distributed Control of Linear Parameter-Varying Decomposable Systems». In: *Proc. Amer. Control Conf.*



Liu, Qin, Christian Hoffmann und Herbert Werner (2013). «Distributed Control of Parameter-Varying Spatially Interconnected Systems Using Parameter-Dependent Lyapunov Functions». In: *Proc. Amer. Control Conf.*

Bibliographie II



Saupe, Florian (2013). «Linear Parameter Varying Control Design for Industrial Manipulators». Ph.D. Thesis. Hamburg und Germany: Hamburg University of Technology.



Szabó, Zoltán, Zsolt Biro, Peter Gaspar u. a. (2013). «Controller Scheduling Blocks in Non-Conservative LPV Design». In: *5th IFAC Symp. Syst. Struct. Control*.



Pilz, Ulf, Andrey Popov und Herbert Werner (2012). «An Information Flow Filter Approach to Cooperative Vehicle Control and Its Application to Formation Flight of Quad-Rotor Helicopters». In: *Asian J. Contr.*



Popov, Andrey und Herbert Werner (2012). «Robust Stability of a Multi-Agent System under Arbitrary and Time-Varying Communication Topologies and Communication Delays». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 57.9, S. 2343–2347.



Szabó, Zoltán, Zsolt Biro und József Bokor (2012). «Möbius Transform and Efficient LPV Synthesis». In: *Proc. 51st IEEE Conf. Decision Control*.



Massioni, P. (2010). «Decomposition Methods for Distributed Control and Identification». PhD. Netherlands: Delft University of Technology.



Massioni, P. und M. Verhaegen (2010). «A full block S-procedure application to distributed control». In: *Proc. Amer. Control Conf.*



Olfati-Saber, R., J. A. Fax und R. M. Murray (2007). «Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems». In: *Proc. IEEE* 95.1, S. 215–233.



Fax, J. A. und Richard M. Murray (2004). «Information flow and cooperative control of vehicle formations». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 49.9, S. 1465–1476.

Bibliographie III



Langbort, C., R. S. Chandra und Raffaello D'Andrea (2004). «Distributed control design for systems interconnected over an arbitrary graph». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 49.9, S. 1502–1519.



Scherer, Carsten W. (2001). «LPV Control and Full Block Multipliers». In: *Automatica* 37.3, S. 361–375. (Besucht am 03. 04. 2014).



— (2000). «Robust Mixed Control and LPV Control with Full Block Scalings». In: *Advances in Linear Matrix Inequality Methods in Control*. Hrsg. von Laurent El Ghaoui und Silviu-Iulian Niculescu. SIAM. ISBN: 0-89871-438-9.