

# Reglerentwurf für verteilte, nicht-lineare, heterogene Systeme bei zeitlich veränderlicher Interaktionstopologie

(mit Hilfe multipliiert-basierter, konvexer Optimierungsmethoden)

C. Hoffmann H. Werner

Institut für Regelungstechnik  
Technische Universität Hamburg-Harburg

Regelungstechnisches Kolloquium in Boppard  
5. März 2015

**TUHH**

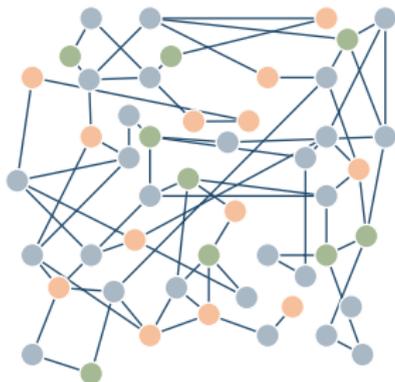
Technische Universität Hamburg-Harburg

**ICS**

Institute of Control Systems

# «Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

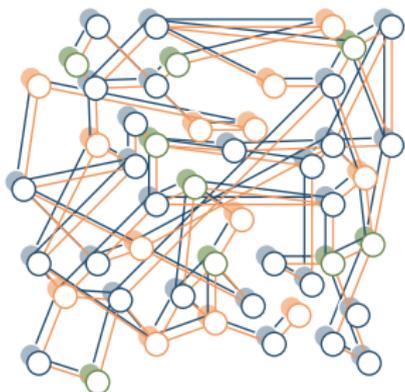


## Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,  
**IEEE TAC 2012**, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,  
**AACC ACC 2013**, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,  
**IFAC WC 2014**, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

# «Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

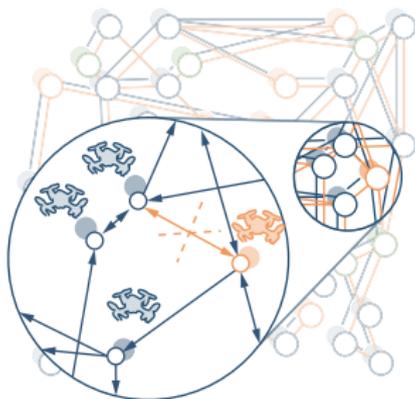


## Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,  
**IEEE TAC 2012**, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,  
**AACC ACC 2013**, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,  
**IFAC WC 2014**, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

# «Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

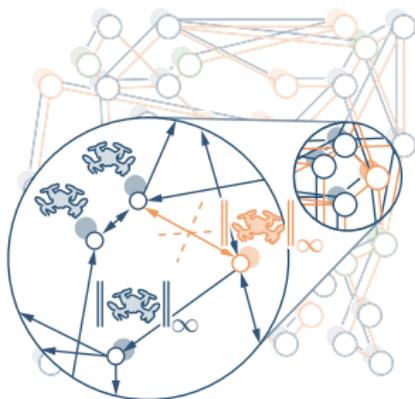


## Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,  
**IEEE TAC 2012**, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,  
**AACC ACC 2013**, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,  
**IFAC WC 2014**, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

# «Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

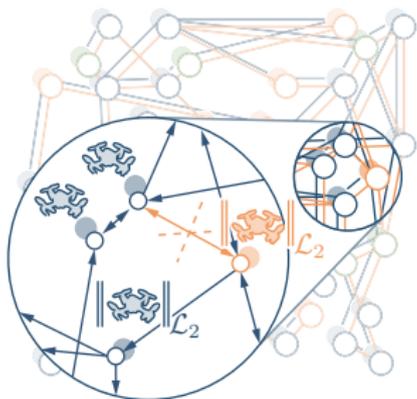


## Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,  
**IEEE TAC 2012**, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,  
**AACC ACC 2013**, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,  
**IFAC WC 2014**, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

# «Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

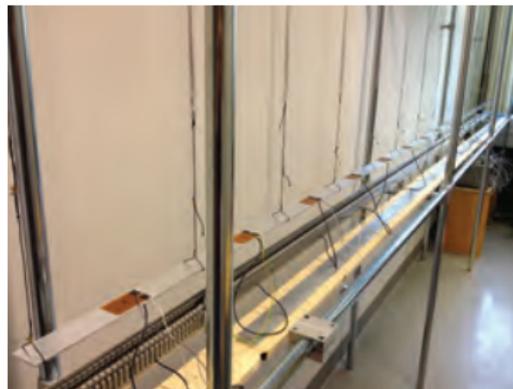
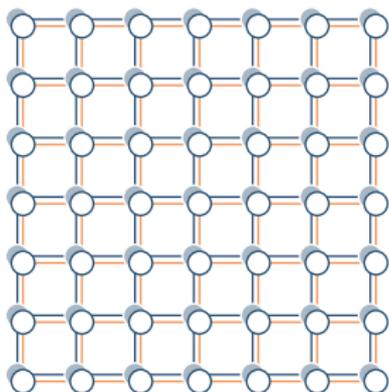


## Beispiele

- Formationsregelung von Quadcoptern,  
**IEEE TAC 2012**, (Popov und Werner),
- Sensor-/Aktuatorarrays,  
**AACC ACC 2013**, (Liu, Hoffmann und Werner),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,  
**IFAC WC 2014**, (Mendez Gonzalez und Werner).

# «Verteilte» Systeme

Welche Systeme werden betrachtet?

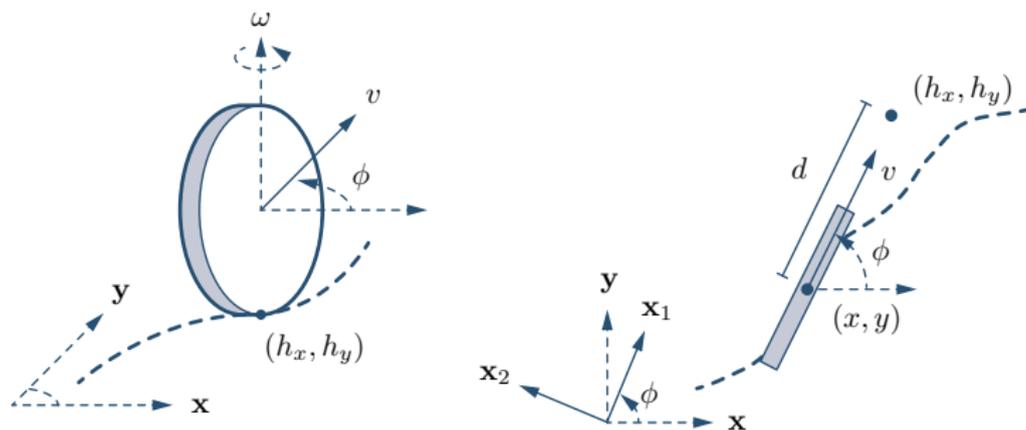


## Beispiele

- Formationsregelung von Quadrocoptern,  
**IEEE TAC 2012**, (*Popov und Werner*),
- Sensor-/Aktuatorarrays,  
**AACC ACC 2013**, (*Liu, Hoffmann und Werner*),
- Formationsregelung von Systemen mit nicht-holonomen Randbedingungen,  
**IFAC WC 2014**, (*Mendez Gonzalez und Werner*).

# Vehikel mit nichtholonomen Beschränkungen

Approximation als rollende Scheibe, (Olfati-Saber, Fax und R. M. Murray, 2007)



## Beschreibung als «LPV» Modell

$$\dot{x} = v \cos \phi$$

$$\dot{y} = v \sin \phi$$

$$\dot{\phi} = \omega$$

$$\dot{h}_x = v \cos \phi - \omega d \sin \phi$$

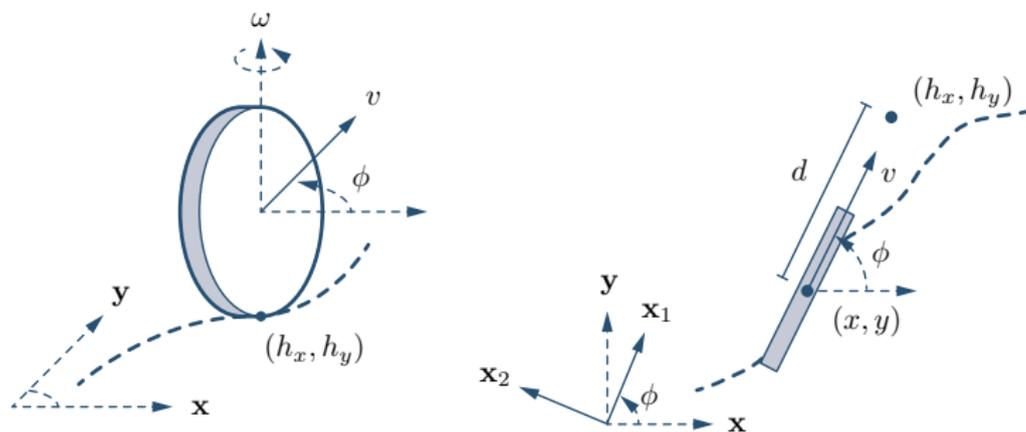
$$\dot{h}_y = v \sin \phi + \omega d \cos \phi$$

$$\dot{\phi} = \omega$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Vehikel mit nichtholonomen Beschränkungen

Approximation als rollende Scheibe, (Olfati-Saber, Fax und R. M. Murray, 2007)



## Beschreibung als «LPV» Modell

$$\dot{x}_1 = v + \omega x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\omega(x_1 - d)$$

$$\dot{\phi} = \omega$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

# Leader/Follower Konfiguration

Agenten mit Nicht-Holonomen Bedingungen, (*Mendez Gonzalez und Werner, 2014*)

# Problembeschreibung

## Anforderungen

- Regelung verteilter **nichtlinearer Subsysteme**,
- Berücksichtigung **heterogener** Subsystemdynamiken,
- Berücksichtigung von **gerichteter und schaltender** Interaktion,
- Synthesekomplexität **skaliert nicht** mit der Anzahl der Subsysteme,
- Regler **erben** die Interaktionstopologie.

## Ansatz

- 1 Kompaktes Framework *verteilter LPV Systeme*,  
**AACC ACC 2014**, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- 2 Virtuell «symmetrifizierte»/«normalisierte» Interaktionstopologie,  
**IEEE TAC 2015**, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- 3 Block-diagonalisierende Transformation auf Matrixungleichungen,  
**AACC ACC 2013**, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- 4 Standard *D/G*-Scaling-basierte LFT-LPV Synthese,  
(Scherer, 2000).

# Inhalt

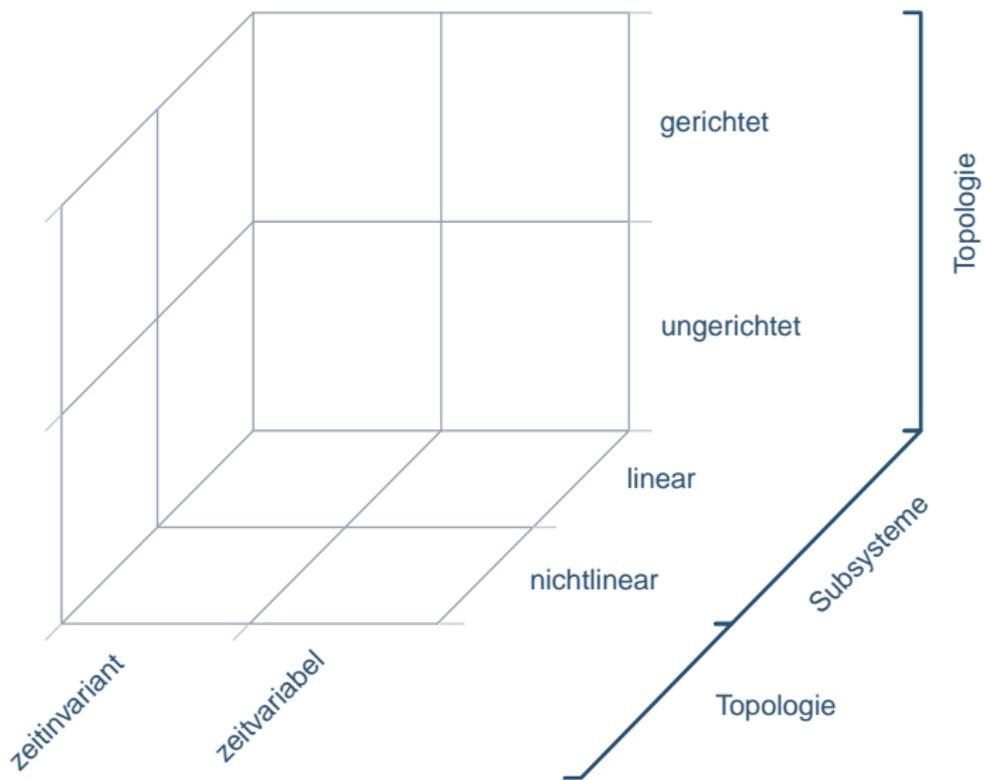
- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung

# Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Übersicht**
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung

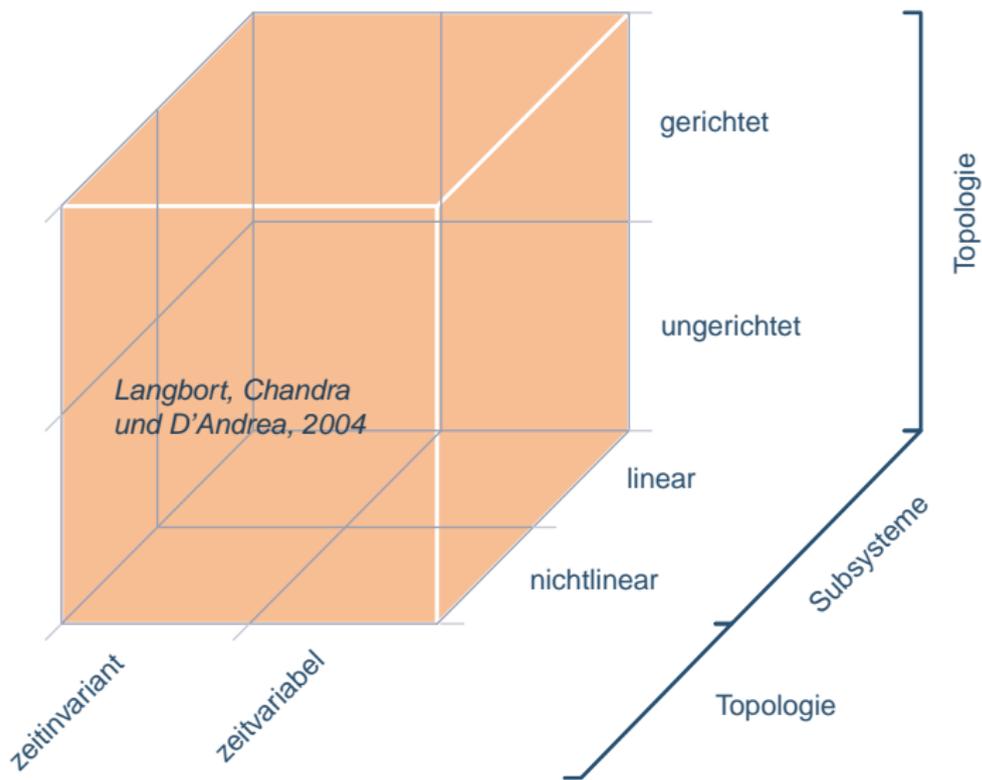
# Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



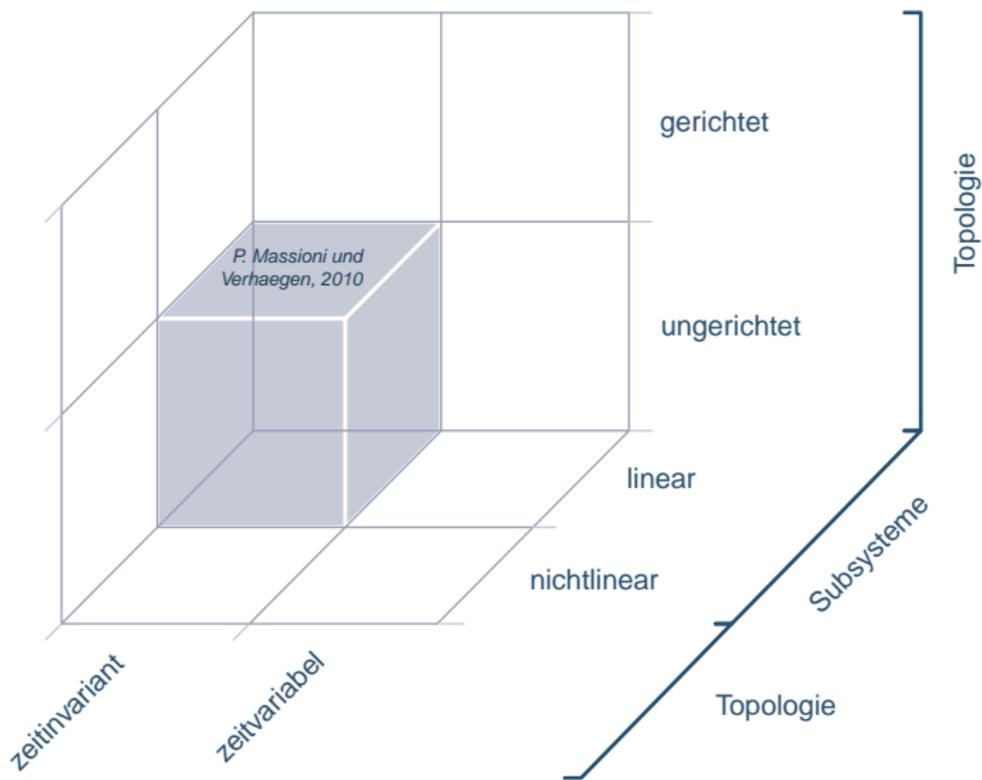
# Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



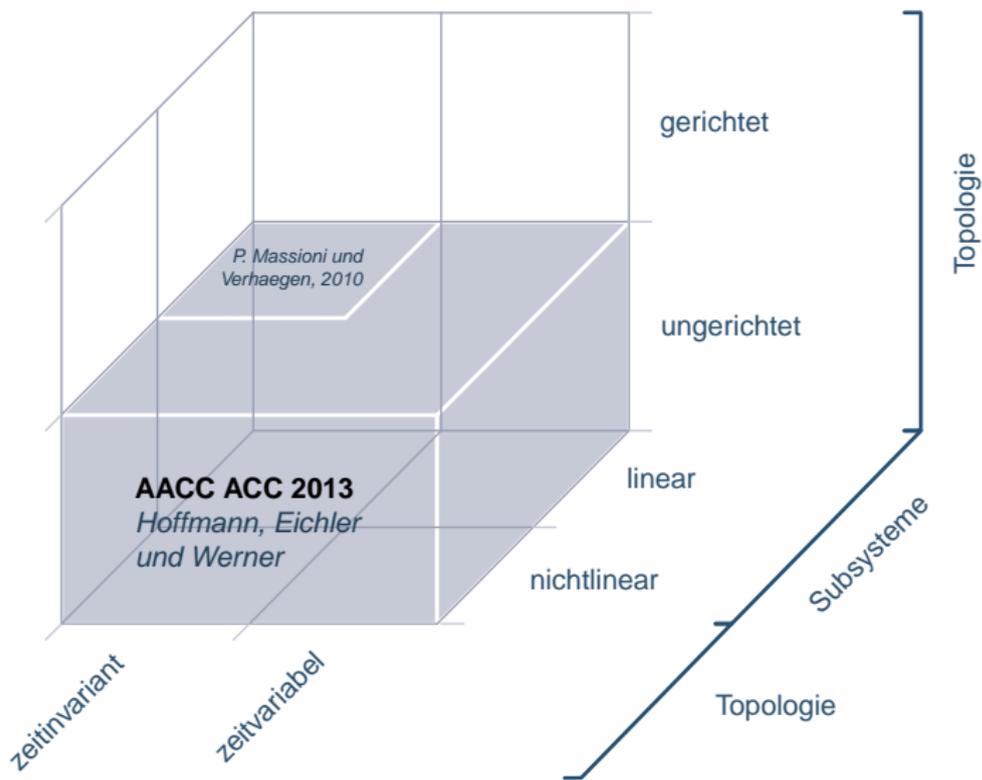
# Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



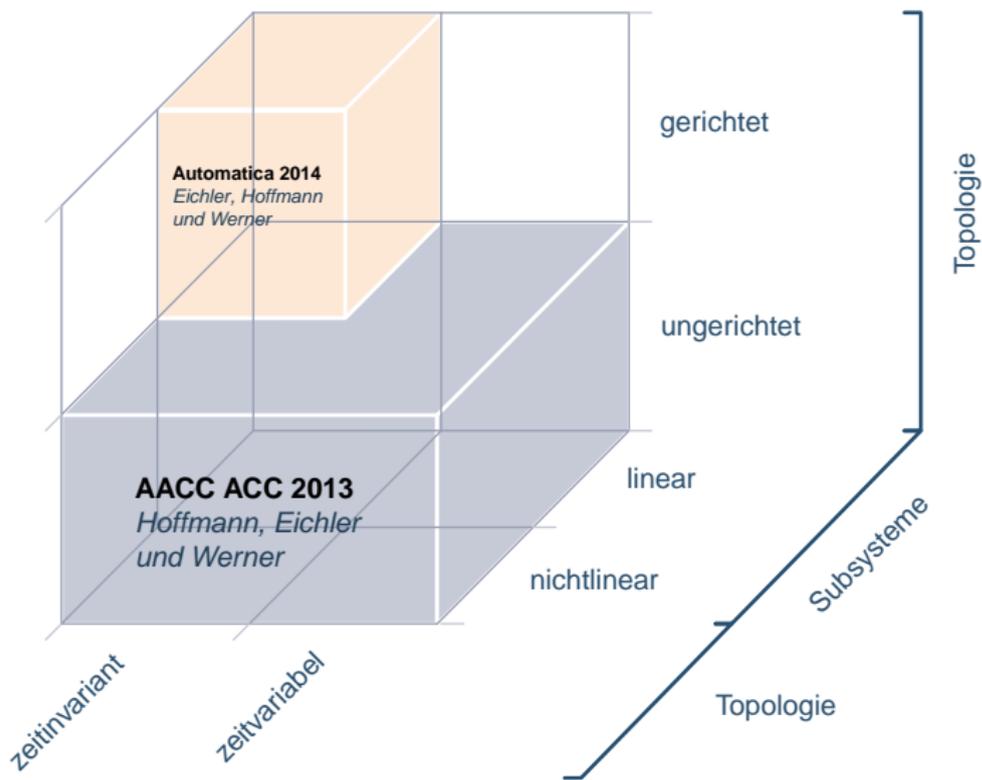
# Übersicht

## Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



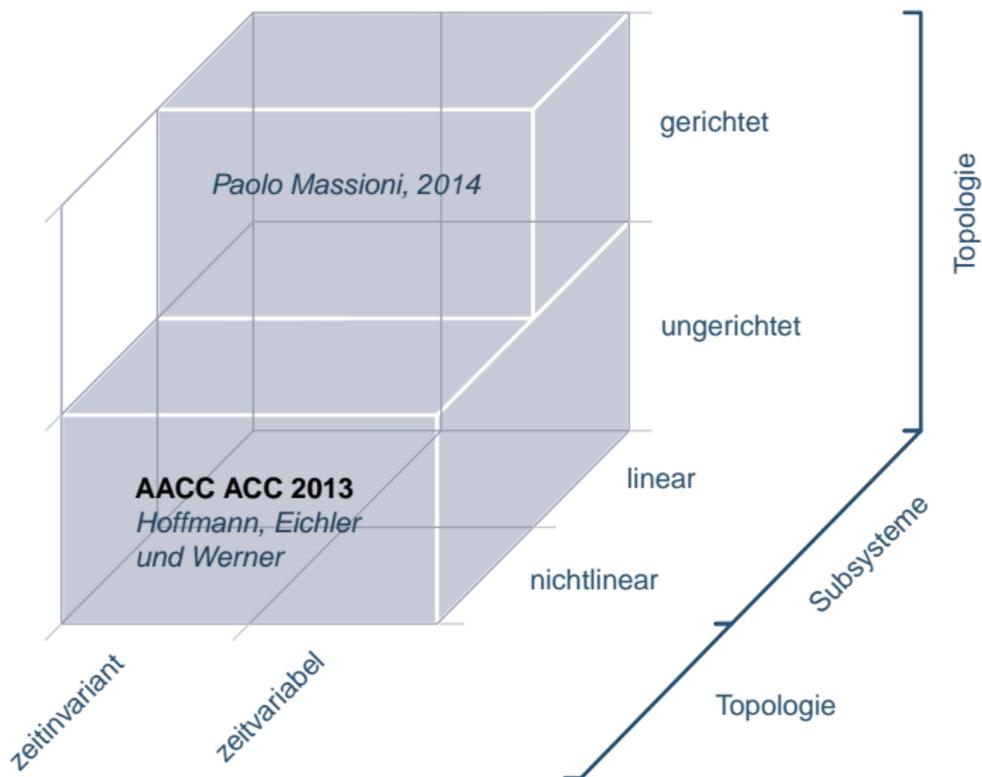
# Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



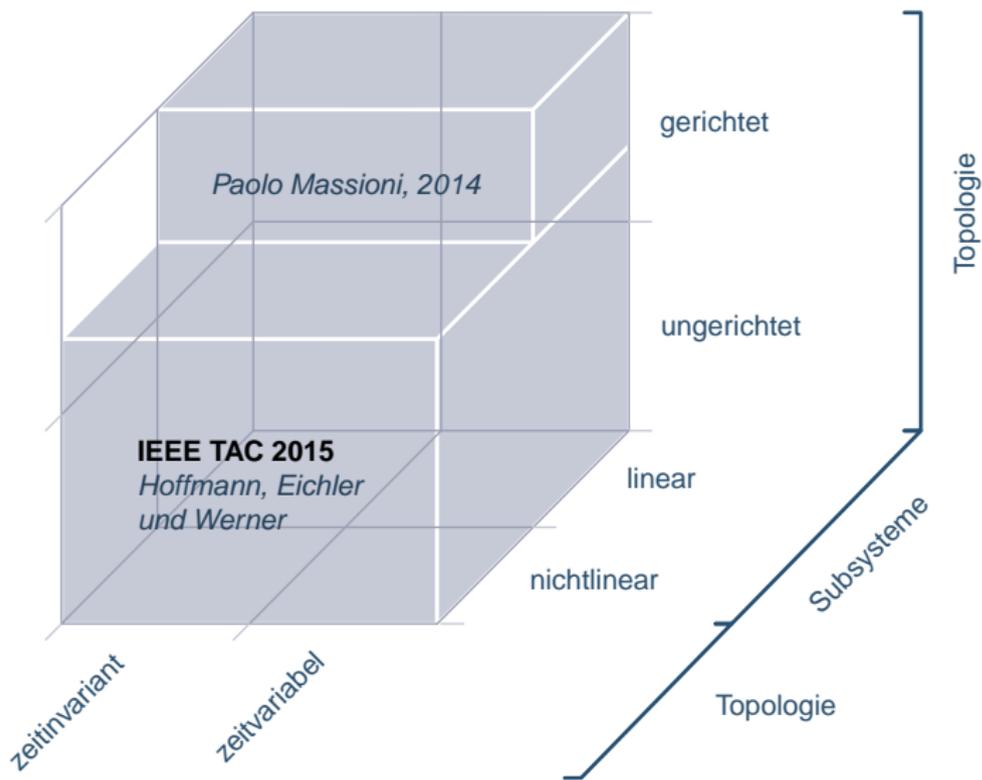
# Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



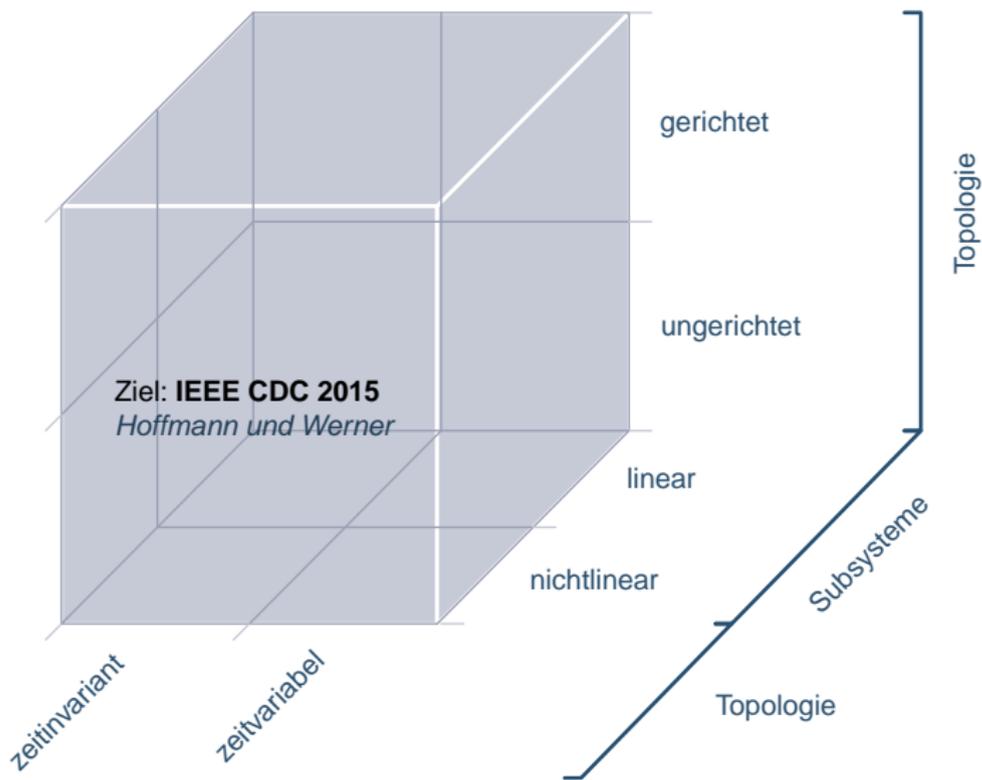
# Übersicht

Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



# Übersicht

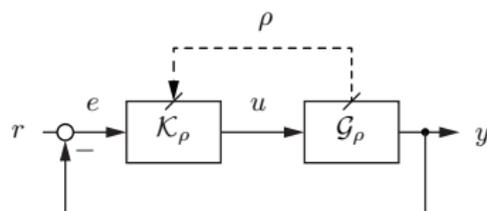
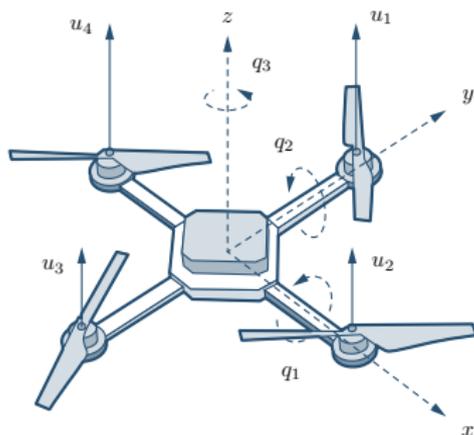
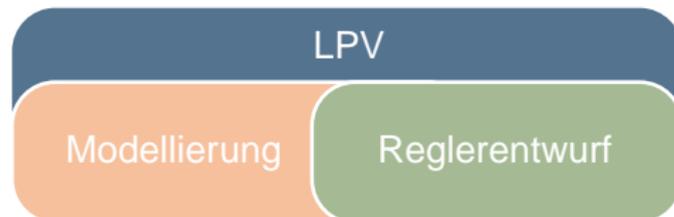
Synthese verteilter Regler mit Berücksichtigung der Performance



# Inhalt

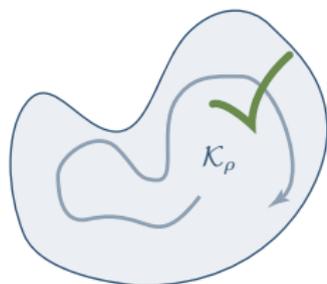
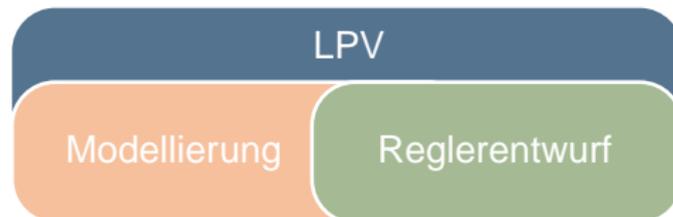
- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework**
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung

# Linear parameter-veränderliche (LPV) Systeme



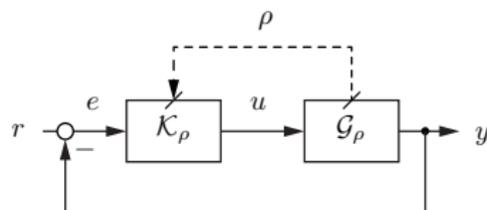
- Entwurf gesteuert adaptiver Regler
- Messbare «Scheduling Signale»
  - Nichtlinearitäten
  - Kennlinien
  - Umgebungsparameter

# Linear parameter-veränderliche (LPV) Systeme



LPV Regler

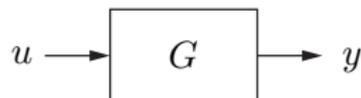
(Saupe, 2013)



- Entwurf gesteuert adaptiver Regler
- Messbare «Scheduling Signale»
  - Nichtlinearitäten
  - Kennlinien
  - Umgebungsparameter

# Von LPV zu LFT-LPV Systemen

Darstellung nicht-linearer Systeme im LFT-LPV Framework

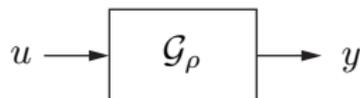


$$G : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_u \\ C_y & D_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \end{cases}$$

- Möglichkeit ganzzrationale Parameterabhängigkeiten exakt darzustellen
- Trennung von variablen Parametern und konstanten Koeffizienten

# Von LPV zu LFT-LPV Systemen

Darstellung nicht-linearer Systeme im LFT-LPV Framework

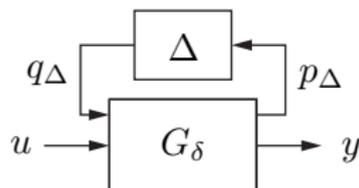


$$\mathcal{G}_\rho^\sigma : \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\rho) & B_u(\rho) \\ C_y(\rho) & D_{yu}(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \\ \rho(t) \in \mathcal{F}_\rho^\sigma \end{array} \right.$$

- Möglichkeit ganzzrationale Parameterabhängigkeiten exakt darzustellen
- Trennung von variablen Parametern und konstanten Koeffizienten

# Von LPV zu LFT-LPV Systemen

Darstellung nicht-linearer Systeme im LFT-LPV Framework

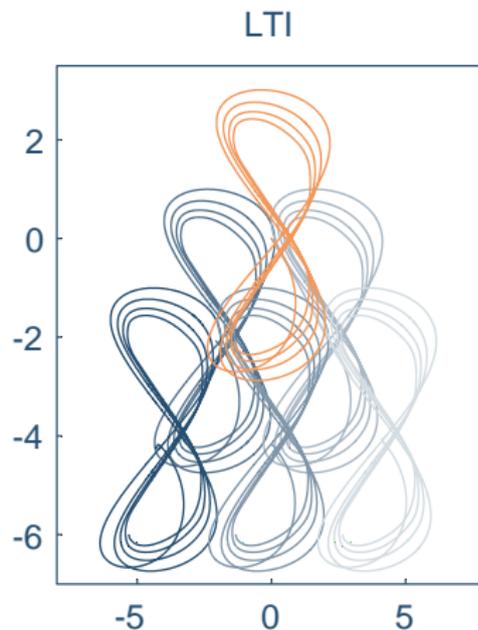
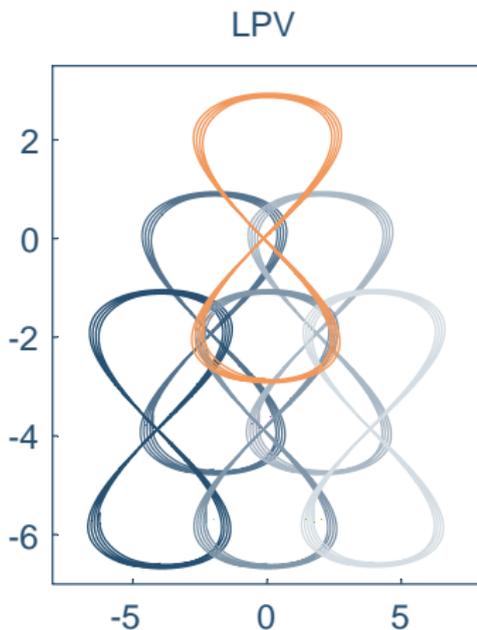


$$\mathcal{G}_\delta^\eta : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ p_\Delta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_\Delta & B_u \\ C_\Delta & D_{\Delta\Delta} & D_{\Delta u} \\ C_y & D_{y\Delta} & D_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q_\Delta \\ u \end{bmatrix}, \\ q_\Delta = \Delta(\delta)p_\Delta, \quad \delta(t) \in \mathcal{F}_\delta^\eta \end{cases}$$

- Möglichkeit ganzrationale Parameterabhängigkeiten exakt darzustellen
- Trennung von variablen Parametern und konstanten Koeffizienten

# Beispiel

IFF-basierte Formationsregelung lokal LPV geregelter Quadrocopter,  
(Gonzalez Cisneros, Pablo Sebastian, 2014)

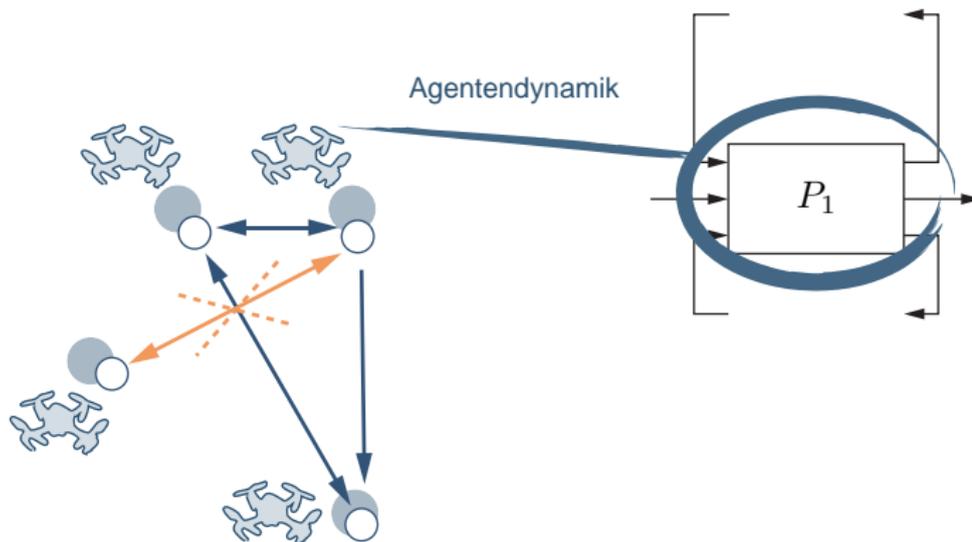


# Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework**
- 5 Zusammenfassung

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

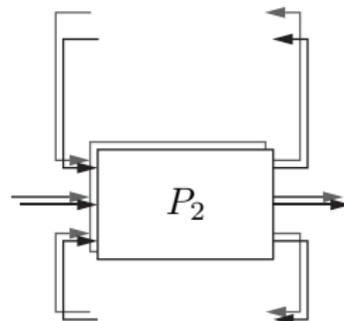
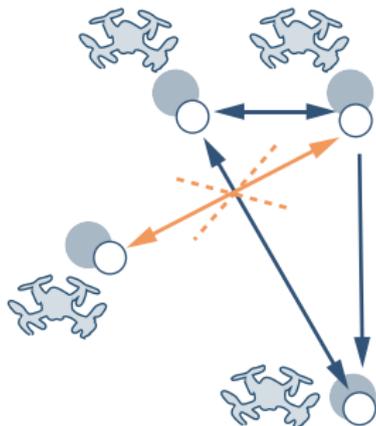
## Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»  
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

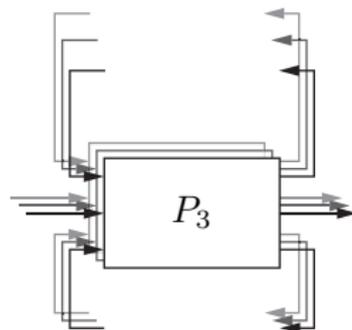
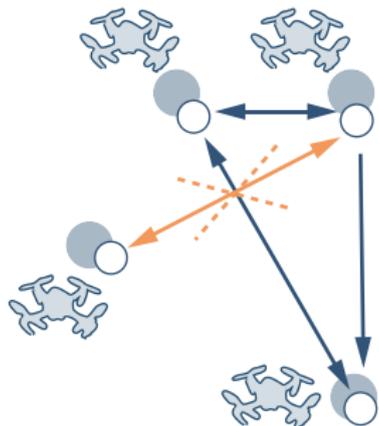
## Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»  
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

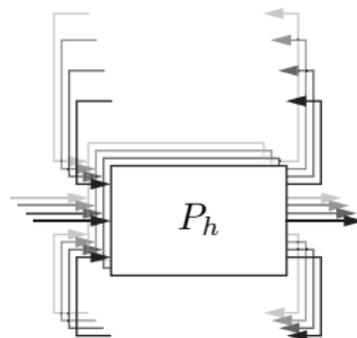
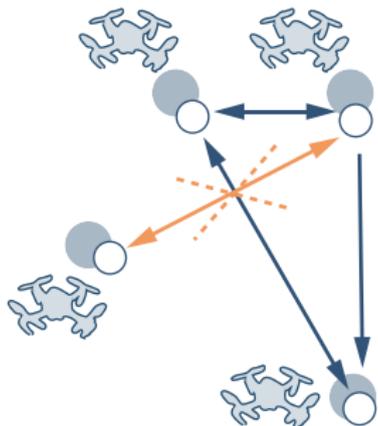
## Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»  
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

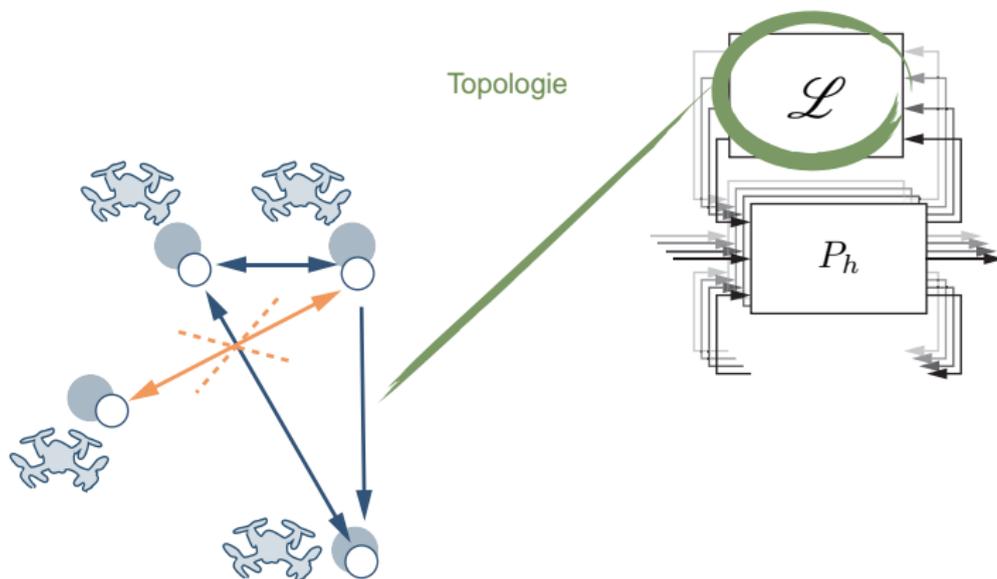
## Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»  
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

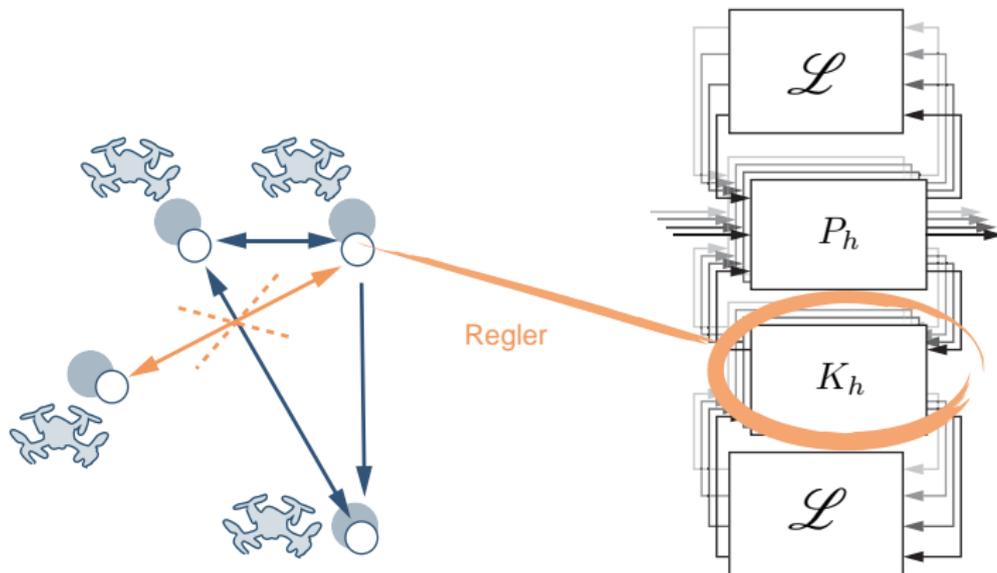
## Grundlegendes Prinzip



- **Konkatenation** der Systemdynamiken ähnlich der «Decomposable Systems»  
(P. Massioni und Verhaegen, 2010)

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

## Grundlegendes Prinzip



- **Vererbung** der Interaktionstopologie an den Regler bei Ausgangsrückführung  
**IEEE TAC 2015**, (Hoffmann, Eichler und Werner)

# Dekomposition durch Signaltransformation

Prinzip von *P. Massioni und Verhaegen, 2010*

$$\dot{x} = \left[ \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} \text{I} \otimes A^d \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}} + \boxed{\ell \otimes A^i} \end{array} \right] x$$

$$x = (F \otimes I) \check{x}$$

$$\dot{\check{x}} = \left[ \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} \text{I} \otimes A^d \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}} + \boxed{\Lambda \otimes A^i} \end{array} \right] \check{x}$$

## Systemtransformation...

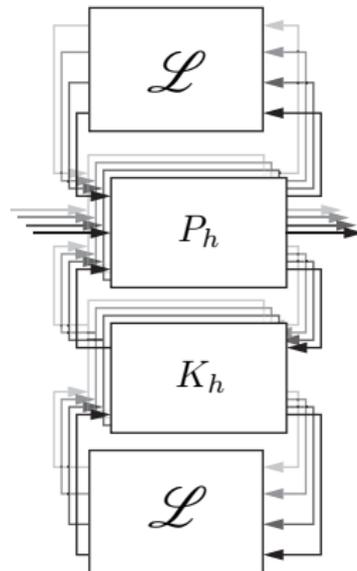
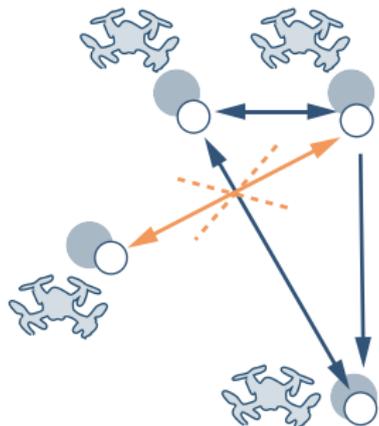
- ... verhindert Heterogenität (in der Dynamik und im Scheduling),
- ... verhindert zeitvariable Topologien.

## Lösung

- 1 Kompaktes Framework *verteilter LPV Systeme*,  
**AACC ACC 2014**,  
(Hoffmann, Eichler und Werner),
- 2 Block-diagonalisierende Transformation auf Matrixungleichungen,  
**AACC ACC 2013**,  
(Hoffmann, Eichler und Werner).

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

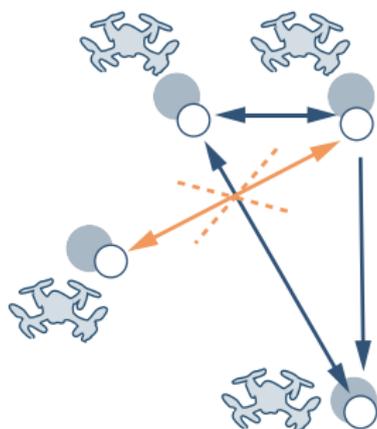
## Grundlegendes Prinzip



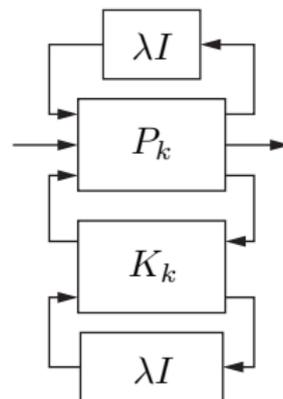
- **Vererbung** der Interaktionstopologie an den Regler bei Ausgangsrückführung  
**IEEE TAC 2015**, (Hoffmann, Eichler und Werner)

# LFT-LPV Darstellungen für verteilte Systeme

## Grundlegendes Prinzip



$h \times$



- **Kongruenztransformation** auf den Synthesebedingungen  
**AACC ACC 2013**, (Hoffmann, Eichler und Werner)

# Dekomposition durch Diagonalisierung

Prinzip von *P. Massioni und Verhaegen, 2010*

Diagonalisierung durch reguläre oder unitäre Transformation

$$\Lambda = F^{-1} \ell F, \quad \tilde{\Lambda} = F^\top \tilde{\ell} F$$

Problem: Performance

- Bei Beschränkung auf diagonalisierbaren Matrizen hängen Performancegarantien von der Konditionszahl von  $F$  ab, **Automatica, 2014**, *Eichler, Hoffmann und Werner*.

Lösung

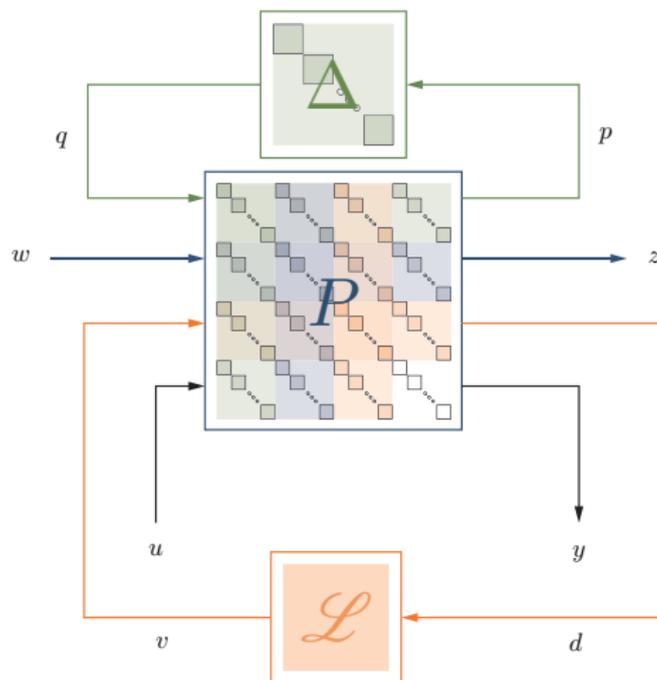
- «Symmetrifizierung», **IEEE TAC 2015**, *Hoffmann, Eichler und Werner*,
- «Normalisierung», Ziel: **IEEE CDC 2015**, *Hoffmann und Werner*.

# Nicht-Normale Interaktionstopologien

Allgemeiner Fall, (Langbort, Chandra und D'Andrea, 2004)

## LFR Transformation

- Es existiert stets eine LFR mit diagonalen Interaktionsmatrix.

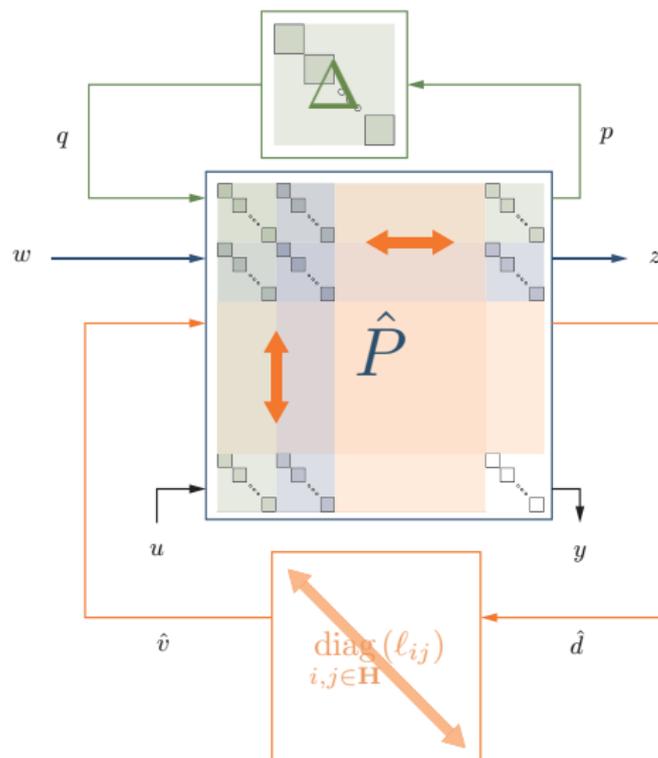


# Nicht-Normale Interaktionstopologien

Allgemeiner Fall, (Langbort, Chandra und D'Andrea, 2004)

## LFR Transformation

- Es existiert stets eine LFR mit diagonalen Interaktionsmatrix.



# Nicht-Normale Interaktionstopologien

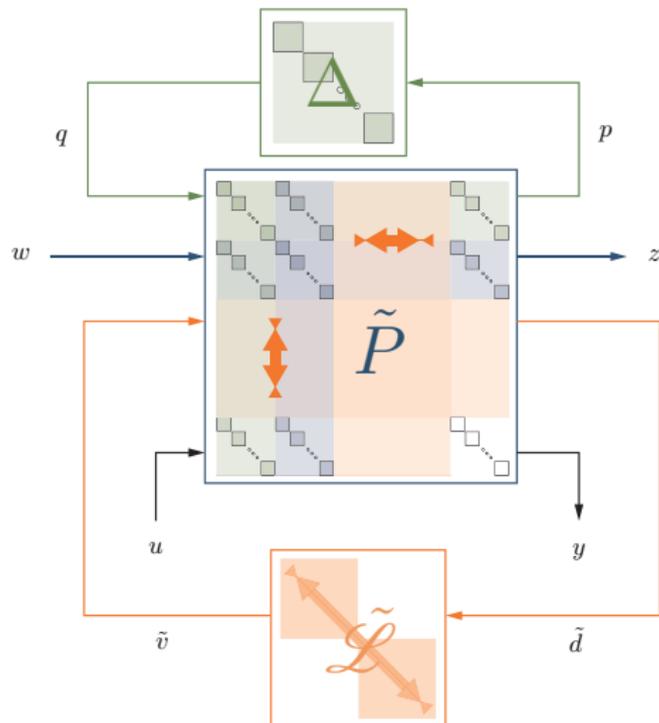
Allgemeiner Fall, (Langbort, Chandra und D'Andrea, 2004)

## LFR Transformation

- Es existiert stets eine LFR mit diagonalen Interaktionsmatrix.

## Effiziente Lösung

- Gruppenweise Symmetrifizierung, **IEEE TAC 2015**, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- Globale Normalisierung, **IEEE CDC 2015**, (Hoffmann und Werner).



# Diagonalisierbarkeit von Interaktionsmatrizen

Lösung durch «Symmetrifizierung»/«Normalisierung»

## Lemma

Sei  $\mathcal{L}(t) = \ell(t) \otimes I_{n_{\mathcal{L}}}$ , mit  $\ell(t) \in \ell$  gegeben.

Dann existiert stets eine Darstellung

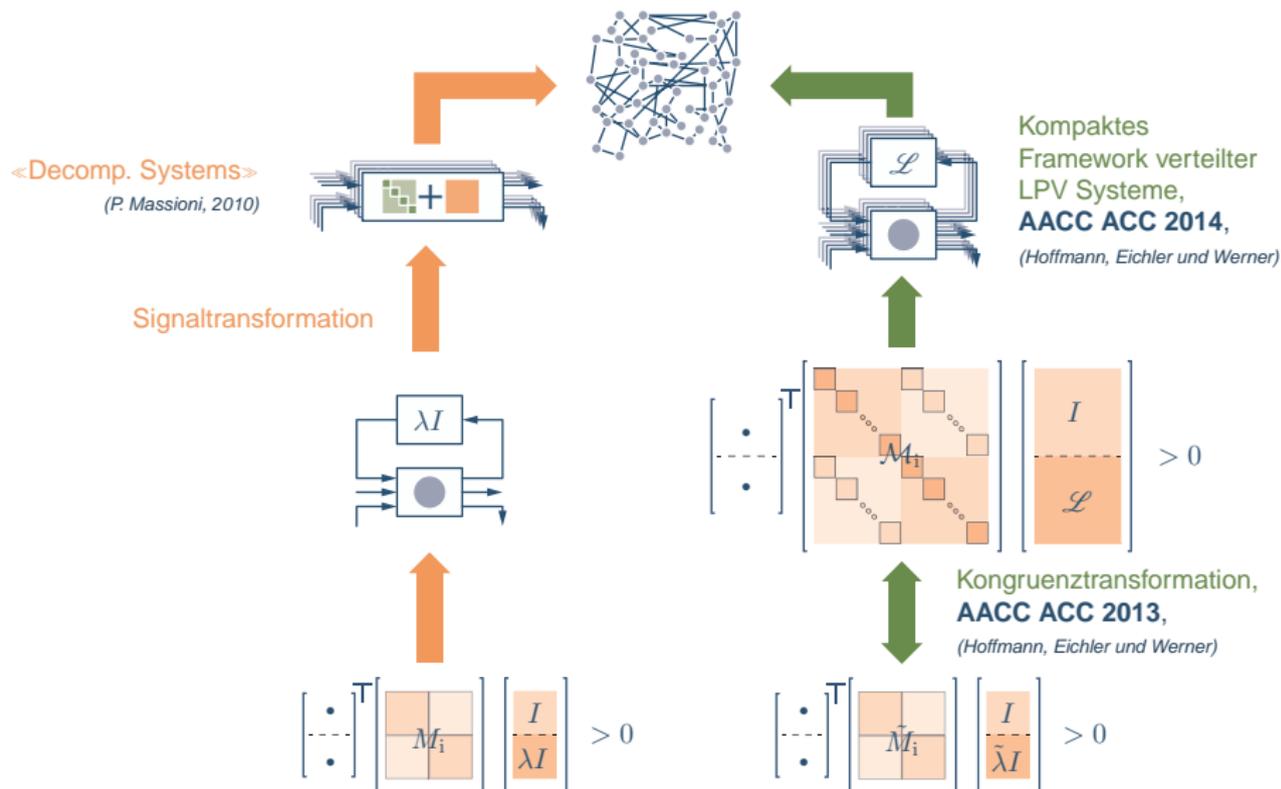
$$\ell(t) = V_{\ell} \tilde{\ell}(t) W_{\ell},$$

- mit  $\tilde{\ell}(t) = \tilde{\ell}^{\top}(t)$  symmetrisch,  
**IEEE TAC 2015**, (Hoffmann, Eichler und Werner),
- mit  $\tilde{\ell}(t)$  normal ( $\tilde{\ell}(t) \tilde{\ell}^{\top}(t) = \tilde{\ell}^{\top}(t) \tilde{\ell}(t)$ ),  
**IEEE CDC 2015**, (Hoffmann und Werner),

und  $V_{\ell} W_{\ell} = I$ .

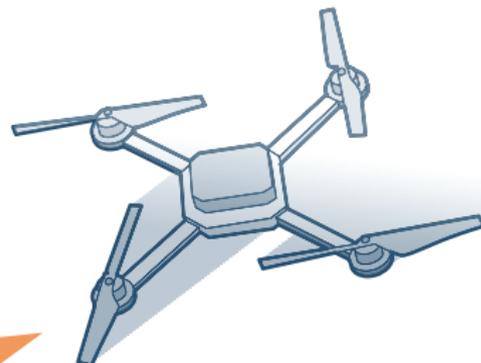
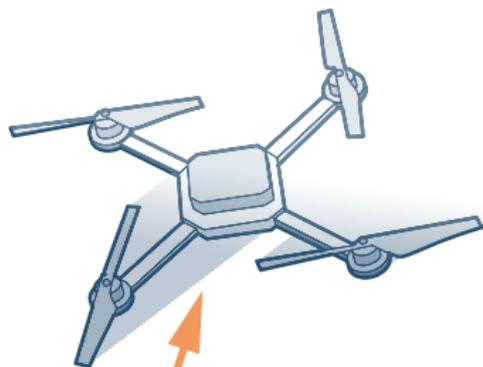
# Dekomposition der Synthesebedingungen

Kongruenztransformation auf Matrixungleichungen, (Hoffmann, Eichler und Werner, 2013)



# Leader-Follower Konfiguration

Motivation für Heterogenität und Gerichtete Topologien



Physikalische «Follower»

Virtueller «Leader»

# Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Übersicht
- 3 Nichtlineare Systeme im LPV Framework
- 4 Synthese verteilter Regler im LPV Framework
- 5 Zusammenfassung**

# Zusammenfassung

- LPV Framework für nicht-lineare, heterogene, verteilte Systeme,
- Synthesekomplexität auf dem Niveau eines Subsystems,
- Garantien für schaltende und gerichtete Topologien,
- Regelung von Agenten mit nicht-holonomen Randbedingungen.

# Bibliographie I



Hoffmann, Christian, Annika Eichler und Herbert Werner (2015). «Control of Heterogeneous Groups of Systems Interconnected through Directed and Switching Topologies». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* S. 1.



Hoffmann, Christian und Herbert Werner (2015). «Control of Heterogeneous Groups of LPV Systems Interconnected through Arbitrary Directed and Switching Topologies». In: *Proc. 54th IEEE Conf. Decision Control.*



Eichler, Annika, Christian Hoffmann und Herbert Werner (2014). «Robust control of decomposable LPV systems». In: 50.12, S. 3239–3245.



Gonzalez Cisneros, Pablo Sebastian (2014). «Linear Parameter-Varying Controller Design for a Nonlinear Quad-Rotor Helicopter Model for Use in Distributed Formation Control Schemes». Master's Thesis. Hamburg, Germany: Hamburg University of Technology.



Hoffmann, Christian, Annika Eichler und Herbert Werner (2014). «Control of Heterogeneous Groups of LPV Systems Interconnected through Directed and Switching Topologies». In: *Proc. Amer. Control Conf.*



Massioni, Paolo (2014). «Distributed control for alpha-heterogeneous dynamically coupled systems». In: 72, S. 30–35.



Mendez Gonzalez, Antonio und Herbert Werner (2014). «LPV Formation Control of Non-Holonomic Multi-Agent Systems». In: *Proc. 19th IFAC World Congr.*



Hoffmann, Christian, Annika Eichler und Herbert Werner (2013). «Distributed Control of Linear Parameter-Varying Decomposable Systems». In: *Proc. Amer. Control Conf.*



Liu, Qin, Christian Hoffmann und Herbert Werner (2013). «Distributed Control of Parameter-Varying Spatially Interconnected Systems Using Parameter-Dependent Lyapunov Functions». In: *Proc. Amer. Control Conf.*

# Bibliographie II



Saupe, Florian (2013). «Linear Parameter Varying Control Design for Industrial Manipulators». Ph.D. Thesis. Hamburg und Germany: Hamburg University of Technology.



Szabó, Zoltán, Zsolt Biro, Peter Gaspar u. a. (2013). «Controller Scheduling Blocks in Non-Conservative LPV Design». In: *5th IFAC Symp. Syst. Struct. Control*.



Pilz, Ulf, Andrey Popov und Herbert Werner (2012). «An Information Flow Filter Approach to Cooperative Vehicle Control and Its Application to Formation Flight of Quad-Rotor Helicopters». In: *Asian J. Contr.*



Popov, Andrey und Herbert Werner (2012). «Robust Stability of a Multi-Agent System under Arbitrary and Time-Varying Communication Topologies and Communication Delays». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 57.9, S. 2343–2347.



Szabó, Zoltán, Zsolt Biro und József Bokor (2012). «Möbius Transform and Efficient LPV Synthesis». In: *Proc. 51st IEEE Conf. Decision Control*.



Massioni, P. (2010). «Decomposition Methods for Distributed Control and Identification». PhD. Netherlands: Delft University of Technology.



Massioni, P. und M. Verhaegen (2010). «A full block S-procedure application to distributed control». In: *Proc. Amer. Control Conf.*



Olfati-Saber, R., J. A. Fax und R. M. Murray (2007). «Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems». In: *Proc. IEEE* 95.1, S. 215–233.



Fax, J. A. und Richard M. Murray (2004). «Information flow and cooperative control of vehicle formations». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 49.9, S. 1465–1476.

# Bibliographie III



Langbort, C., R. S. Chandra und Raffaello D'Andrea (2004). «Distributed control design for systems interconnected over an arbitrary graph». In: *IEEE Trans. Automat. Contr.* 49.9, S. 1502–1519.



Scherer, Carsten W. (2001). «LPV Control and Full Block Multipliers». In: *Automatica* 37.3, S. 361–375. (Besucht am 03. 04. 2014).



— (2000). «Robust Mixed Control and LPV Control with Full Block Scalings». In: *Advances in Linear Matrix Inequality Methods in Control*. Hrsg. von Laurent El Ghaoui und Silviu-Iulian Niculescu. SIAM. ISBN: 0-89871-438-9.